

Ajustement linéaire.

Partiel mai 2024

Consigne : La présentation, la clarté et la qualité de vos raisonnements tiendront une part importante dans la notation. Justifier vos calculs et ne pas hésiter à écrire la formule du cours que vous utilisez. Calculatrices et une feuille A4 de notes de cours autorisées.

Exercice 1

Une exploitation extrait un minerai rare dans des gisements depuis l'année 1968. Le tableau suivant indique la quantité extraite q_i en tonnes durant l'année désignée par son rang t_i :

Année	1968	1973	1995	1998	2003	2008	2013	2018	2023
t : Rang de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8
q : Quantité extraite (en tonnes)	15,7	13,3	11	9,3	7,8	7,1	6,1	5,2	4,3

(On gardera 3 décimales dans les calculs de cet exercice)

1. En première approximation, on envisage de représenter q en fonction de t . Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre q et t . Un ajustement linéaire est-il envisageable? Expliquer.
2. Déterminez l'équation de l'ajustement linéaire de q en fonction de t .
3. En considérant cet ajustement affine, quelle quantité de minerai, au dixième de tonne près, l'exploitation peut-elle prévoir d'extraire durant l'année 2028?
4. On souhaite maintenant savoir si il est raisonnable de penser que q et t puissent être liés par une relation du type $q \approx ae^{bt}$. Quelles variables (que l'on notera y et x) doit on considérer pour répondre à cette question par un ajustement linéaire?
5. Calculer le coefficient de corrélation des ces 2 nouvelles variables, puis effectuer cet ajustement (ie : déterminez a et b .)
6. Avec ce modèle, quel serait la prévision de la quantité de minerai extrait, au dixième de tonne près, pour l'année 2028? Comparez avec votre résultat de la question 3.

Exercice 2 (Les questions sont indépendantes)

1. Soit X et Y deux séries ayant chacune un effectif de 2, avec $x_1 \neq x_2$ et $y_1 \neq y_2$. Sans aucun calcul, que dire du coefficient de corrélation ?
2. Lors d'un ajustement linéaire de la variable y en fonction de la variable u , un étudiant a obtenu : $y = -3,2u + 5,1$ et un coefficient de corrélation $r(y, u) = 0,992$. Que pensez vous de son calcul ? Justifiez.
3. On suppose que la quantité demandée y (en tonnes) d'un certain article dépend du prix au kilos p à travers une relation du type $\frac{100}{y} = ap + b$. Peut on effectuer directement un ajustement linéaire entre y et p ? Si non, que proposeriez vous afin d'obtenir de réaliser l'ajustement proposé ?
4. Le responsable d'une chaîne de magasins de bricolage pense qu'il y a une relation entre le nombre de personnes qui s'installent dans la région et le chiffre d'affaire des magasins. Il a noté, pour chacune des 6 dernières années, la valeur n_k du nombre de personnes (en dizaines) ayant déménagé pour s'installer dans la région pendant l'année et c_k le chiffre d'affaire cumulé (en milliers d'euros) de l'ensemble des magasins de la chaîne lors de l'année. Le tableau suivant reproduit ces valeurs :

Année	2018	2019	2020	2021	2022	2023
n_k	6,4	7,8	3,6	4,9	2,6	3,7
c_k	32	36,1	23,6	26	18,5	22,2

Y a t'il une dépendance entre ces 2 deux variables selon vous ? De quelle nature ? Justifier votre réponse en calculant une certaine quantité et en la commentant.

5. Deux étudiants s'entraînent sur les ajustements de deux variables z et t . Le premier a réalisé un ajustement de z en fonction de t , il a obtenu $z = 2,44t + 1,5$, ainsi qu'un coefficient de corrélation $r(z, t) = 0,96$. L'autre étudiant a réalisé l'ajustement de t en fonction de z . il a obtenu $t = 0,47z + 1,2$. L'un des deux s'est il trompé ?
6. Soit (y_t) une série chronologique de période 4. Précisez comment on calcule la tendance générale (g_t) .

Un livre de maths est le seul endroit, où il est normal d'acheter 53 melons et 47 clous, et de demander le prix...

